Tutorium 3

Funktionentheorie

19. & 20. Mai 2025

Etwas zu Dreiecken

Etwas zu Dreiecken

Theorem

Seien $D \subset \mathbb{C}$ eine offene Kreisscheibe und $f : D \to \mathbb{C}$ stetig mit

$$\int_T f(z)\,\mathrm{d}z = 0$$

für jedes Dreieck $T \subset D$. Dann besitzt f eine Stammfunktion in D.

Etwas zu Dreiecken

Theorem

Seien $D \subset \mathbb{C}$ eine offene Kreisscheibe und $f : D \to \mathbb{C}$ stetig mit

$$\int_T f(z)\,\mathrm{d}z = 0$$

für jedes Dreieck $T \subset D$. Dann besitzt f eine Stammfunktion in D.

Lemma (Goursat's lemma)

Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen und $f : \Omega \to \mathbb{C}$ holomorph. Dann gilt für jedes Dreieck T, das mitsamt seinem „Inneren“ in Ω enthalten ist,

$$\int_T f(z)\,\mathrm{d}z = 0.$$

Konvexe Mengen (in $\mathbb{C}$)

Konvexe Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt *konvex*, falls für alle $w_1, w_2 \in \mathbb{C}$ die Verbindungsstrecke $[w_1, w_2] := \{tw_1 + (1-t)w_2 : t \in [0,1]\}$ von w_1 nach w_2 vollständig in Ω enthalten ist:

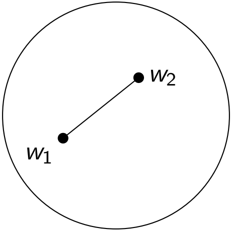
$$tw_1 + (1-t)w_2 \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$

Konvexe Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt *konvex*, falls für alle $w_1, w_2 \in \mathbb{C}$ die Verbindungsstrecke $[w_1, w_2] := \{tw_1 + (1-t)w_2 : t \in [0,1]\}$ von w_1 nach w_2 vollständig in Ω enthalten ist:

$$tw_1 + (1-t)w_2 \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$



Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

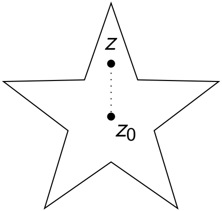
$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$

Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$



Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

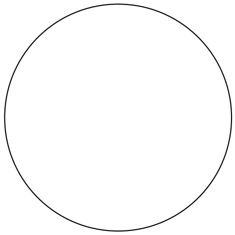
$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$

Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$

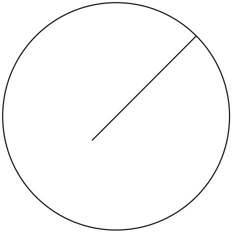


Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$



Sternförmige Mengen (in $\mathbb{C}$)

Definition

Eine Menge $\Omega \subset \mathbb{C}$ heißt bezüglich eines Punktes $z_0 \in \Omega$ *sternförmig*, falls für jedes $w \in \Omega$ die Verbindungsstrecke $[z_0, w] := \{tz_0 + (1-t)w : t \in [0,1]\}$ von z_0 nach w vollständig in Ω enthalten ist:

$$tz_0 + (1-t)w \in \Omega \qquad \forall t \in [0,1]$$